



Издательство и Образовательный Центр "Лучшее Решение"

лучшееерешение.рф конкурс.лучшееерешение.рф квест.лучшееерешение.рф
лучшийпедагог.рф publ-online.ru полезныекниги.рф
t-obr.ru 1-sept.ru v-slovo.ru o-ped.ru na-obr.ru

Конспект урока в 10 классе "Физический смысл производной"

Автор: Полякова Галина Алексеевна

ГБОУ Средняя школа № 520 Колпинского района Санкт-Петербурга

Аннотация: Конспект урока даёт представление о математической модели изучения различных процессов с использованием физического смысла производной, о широком спектре применения производной при решении задач.

Ключевые слова: производная, мгновенная скорость, физический смысл

Цели и задачи урока:

- Показать широкий спектр применения производной.
- Сформировать математическую модель изучения различных (биологических, физических, химических и т.п.) процессов с использованием физического смысла производной.
- Проконтролировать степень усвоения правил дифференцирования и умения применять их при решении задач.
- Развитие познавательного интереса к предмету.
- Формирование коммуникативных способностей учащихся через работу в группах.

Ход урока

Организационный момент.

Перед началом урока с помощью тестового рисунка рассадить учащихся по группам. Выбрать двух желающих сыграть роль «Психолога» и «Связника», а также юношу и девушку для ролевой ситуации на дороге. На доске тема и эпиграф урока:
«Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая не оказалась бы применимой к явлениям действительного мира». Н И Лобачевский.

Начало урока.

Задание классу: расшифровать ребус:

в в в в	в в в в	в в в в	$\frac{ОД}{Я}$
в в в в	в в в в	в в в в	
в в в в	в в в в	в в в в	
в в в в	в в в в	в в в в	
в в в в	в в в в	в в в в	
в в в в	в в в в	в в в в	

Сегодня мы рассмотрим лишь одно из приложений производной – её физический смысл. Запишите, пожалуйста, тему нашего урока.

Предлагаю Вашему вниманию ситуацию на дороге. Перед вами инспектор дорожного движения и девушка-водитель за рулём. (Девушка и юноша читают по ролям текст, данный им перед уроком).

Мадам, Вы нарушили правила уличного движения. Вы ехали со скоростью 90 км в час. Простите, это невозможно. Как я могла проехать 90 км за час, если я еду всего лишь 7 минут! Я имею в виду, мадам, что если бы Вы продолжали ехать таким же образом, то через час Вы бы проехали 90 километров.

Если бы я продолжала ехать, как ехала, ещё час, то налетела бы на стенку в конце улицы! Ваш спидометр показывал 90 км в час. Мой спидометр сломан и давно не работает.

Как видите, инспектор не смог объяснить, что такое скорость 90 км в час. А Вы смогли бы? О каком движении мы говорим? Что такое скорость равномерного прямолинейного движения? А как определяется скорость неравномерного движения? Как связаны средняя и мгновенная скорость неравномерного движения? Кто может записать эти формулы на доске? (Вызов 1 ученика к доске)

Слово скорость встречается на практике в самых различных ситуациях. Это слово мы употребляем не только, говоря о движении пули, самолёта, автомобиля, улитки, и т.д. Приведите ещё примеры жизненных ситуаций, когда мы используем этот термин. (скорость вращения турбины, планеты, волчка, балерины; скорость протекания химической реакции; скорость роста растений, животных, численности населения, денежных доходов и расходов; скорость распространения волн световых, звуковых, электромагнитных, и т.д.)

Цель нашего урока сегодня – научиться вычислять скорость различных неравномерных процессов в определённый момент времени. Итак, какова связь между средней и мгновенной скоростями при прямолинейном неравномерном движении? (Слушаем ученика, записавшего на доске основные формулы)

$$v_{cp} = \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

если $t \rightarrow t_0$, то $\Delta t \rightarrow 0$, $v_{cp} \rightarrow v(t_0)$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = S'(t_0); \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$v(t_0) = S'(t_0); \quad v(t) = S'(t)$$

Вы сделали вывод для прямолинейного движения. Таким же образом определяют мгновенную скорость других физических процессов: углового вращения, радиоактивного распада и т. д.

Вообще, если какая-нибудь величина S изменяется с течением времени, т.е. $S=S(t)$, то этой величиной может быть:
путь, пройденный караваном верблюдов за время t
масса газа в заданном объёме
угол поворота маятника от положения равновесия в момент времени t
высота дерева
число рыб в озере
количество денег на счету вкладчика в сбербанке.

Природа этой функции $S(t)$ для математики безразлична, во всех случаях мгновенная скорость v этой величины при $t = t_0$ равна $S'(t_0)$.

Кратко говоря, (вывешивается плакат А4 под формулами ученика):

Производная – есть мгновенная скорость изменения функции.

Производная функции возникает при рассмотрении многих физических явлений и процессов. Посмотрите, здесь выписаны несколько известных Вам из курса физики законов.

Задание № 1: Что общего у всех этих формул? (Зависимость трех величин, обратно пропорциональная зависимость, значение средней величины).

Сравните с формулами прямолинейного движения. Сформулируйте и запишите эти законы на языке математики. (Вызываем учеников к доске по одному. Они записывают формулу с помощью производной и устно формулируют её, а учитель после этого показывает словесную формулировку на доске).

Ответы учеников:

$$F_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta S}; \quad F = A'(S) \quad \boxed{\text{Сила - производная работы по перемещению.}}$$

$$I_{cp} = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad I = q'(t) \quad \boxed{\text{Сила тока – производная заряда по времени.}}$$

$$\rho_{cp} = \frac{\Delta m}{\Delta l}; \quad \rho = m'(l) \quad \boxed{\text{Линейная плотность – это производная массы по длине.}}$$

$$C_{cp} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}; \quad C = Q'(T) \quad \boxed{\text{Теплоёмкость – производная теплоты по температуре.}}$$

$$N_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta t}; \quad N = A'(t) \quad \boxed{\text{Мощность - производная работы по времени.}}$$

Какой можно сделать вывод из рассмотренных законов? Вычисляя производную различных величин, что мы тем самым находим?

Попробуем применить полученный вывод при решении задач.

Задача:

Масса m неоднородного стержня изменяется в зависимости от его

длины l по закону $m(l) = 50l - \frac{l^3}{3}$, где $l > 0$. Найдите:

- линейную плотность стержня для любого $l > 0$
- при каком значении l линейная плотность вдвое меньше, чем в начале стержня (т. е. при $l = 0$)

Вопросы к классу:

Как Вы понимаете условие «неоднородный стержень»?

Какие три величины взаимосвязаны по условию задачи?

Какая из формул на доске поможет нам в решении задачи?

Записываем условие задачи на доске:

$$\text{Дано: } m(l) = 50l - \frac{l^3}{3}; \quad l > 0$$

Найти: 1) $\rho(l)$

2) l такое, чтобы $\rho(l) = \frac{l(0)}{2}$ или $\frac{1}{2}l(0)$

Вызываем 1 ученика к доске для решения задачи.

Решение: а) $\rho = m'(l)$;

$$\rho(l) = 50 - \frac{1}{3} \cdot 3l^2 = 50 - l^2.$$

б) $\rho(0) = 50$; $\frac{l(0)}{2} = 25$

$$\rho(l) = \frac{l(0)}{2}; \quad \text{если } 50 - l^2 = 25$$

$$l^2 = 25$$

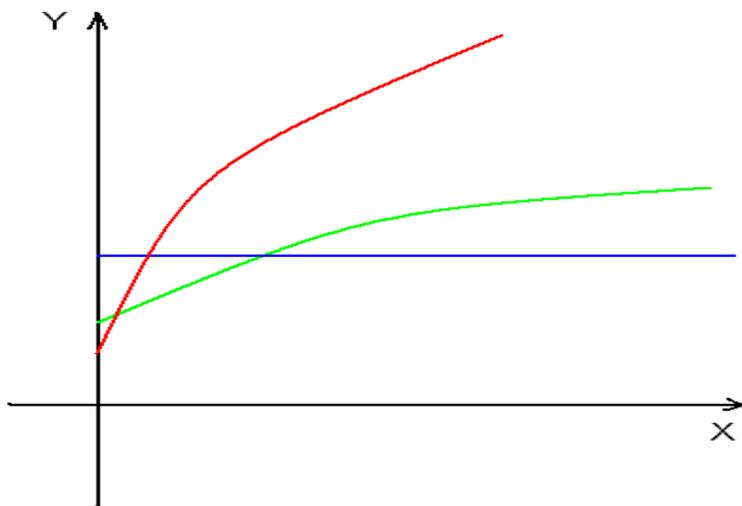
$$l = \pm 5$$

т. к. $l > 0$, то $l = 5$

Ответ: $\rho(l) = 50 - l^2$; при $l = 5$.

Задание № 2: Обсуждая успехи своего ученика, учитель математики так отозвался о нём: «Он знает не так уж много, но у него положительная производная». Что хотел сказать учитель? (Скорость приращения знаний у ученика положительна, а это есть залог того, что его знания возрастут.)

Задание № 3: Как Вы могли бы охарактеризовать кривые роста знаний трёх разных учеников, изображённых на рисунке:



Я надеюсь, что Вы и далее будете работать с максимальной производной.

Наш следующий этап – работа в группах.

Входя в класс, Вы выбирали один из трёх рисунков. Тем самым Вы выразили своё расположение решать задачи определённого содержания: биологического, геометрического или физического.

Задание для каждой группы:

Решить одну из предложенных задач (степень сложности указана в баллах).

Выбрать того, кто представит решение у доски.

Просмотрев условия задач соседних групп, составить вопросы к ним. Интересно составленный вопрос – это ещё балл к оценке работы Вашей группы.

Приступайте, пожалуйста, к работе и с максимальной производной!

Работа в группах

Физики

Выберите одну из задач и решите её.

а) **4 балла** Количество теплоты Q , полученное телом при нагревании, зависит от температуры t по закону $Q = t + 2 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 3 \cdot 10^{-7} t^3$. Найдите теплоёмкость C тела в момент $t = 100^0$.
(Ответ: $C = 1,013 \frac{Дж}{К}$)

б) **5 баллов** Количество электричества q в проводнике меняется по закону $q = t - \sqrt{t} + 1$. Найдите: силу тока в любой момент времени $t \geq 0$.
в какие моменты времени сила тока в цепи равна нулю. (Ответ: $t = 0,25 c$)

Геометры

Выберите одну из задач и решите её.

а) **4 балла**

Определите скорость изменения площади круга, как функции от радиуса.

(Ответ: $S' = 2\pi R = C$)

б) **5 баллов**

Основание параллелограмма a изменяется по закону $a = (2 + 3t)$ см, а высота h по закону $h = (3t - 1)$ см. Определите скорость изменения его площади в момент времени $t = 2$ сек.

(Ответ: $39 \text{ см}^2 / c$)

Биологи

Выберите одну из задач и решите её.

а) **4 балла**

В питательную среду вносят популяцию бактерий. Численность популяции увеличивается по

закону $p(t) = 1000 + \frac{1000t}{100 + t^2}$, где t выражается в часах.

Найдите:

скорость роста популяции в момент времени t .

число особей в тот момент, при котором скорость роста популяции равна нулю.

(Ответ: 1050 особей)

б) **5 баллов**

Реакция организма на введённое лекарство может выражаться повышением кровяного давления, уменьшением температуры тела, изменением пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенной дозы лекарства. Предположим, что x обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции y описывается функцией $y = R(x) = x^2(a - x)$, где a - некоторое положительное постоянное. Найдите:

скорость реакции при любом значении $x > 0$.

при каком значении x скорость реакции максимальна (т. е. наиболее эффективна)?

(Ответ: $x = \frac{1}{3}a$)

Анализ работы групп

Заслушиваем ответы ребят, вопросы к другим группам, ссылаясь на записанные формулы физических законов, вывешиваем плакаты с новыми формулами.

Великий Френсис Бекон говорил: «Знание и могущество – одно и то же». На этом этапе урока наиболее могущественными стали ребята-биологи. Но и другие группы поработали плодотворно, с положительной производной.

Задачи, которые вы не выбрали, - это ваше домашнее задание, можете обменяться друг с другом. Скажите, что объединяет задачи всех групп, что у них общего? Какой вывод можно сделать?

Итог урока.

Делаем вывод: мы рассмотрели задачи с различными процессами (биологическими, физическими, геометрическими), но модель их решения одна – применение физического смысла производной.

-- Сегодня на уроке мне хотелось показать Вам, что ... (читаю эпитафию):
«Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая не оказалась бы применимой к явлениям действительного мира». Н И Лобачевский.

А теперь слово нашему Связнику. (Ученик устанавливает связь материала урока с изученным на других уроках и с другими предметами). Кто желает дополнить?

Слово предоставляется нашему Психологу. (Ученица оценивает микроклимат и продуктивность работы класса на каждом этапе урока).

Проверяю Ваше внимание. Какие слова-синонимы чаще всего звучали сегодня на уроке? (производная и мгновенная скорость)

Мы рассмотрели с Вами только одно из применений производной – её физический смысл. На следующих уроках Вы познакомитесь с другими её приложениями, в частности сумеете найти ответ на вопрос: Какую ошибку допустил А. Толстой в своей знаменитой книге «Гиперболоид инженера Гарина». Но это уже история другого урока.

Всем спасибо за работу. До свидания.

Приложение № 1. Тест-карточки, данные в начале урока.

Психологу:

Оцените урок в целом (понравился или нет).

Какие этапы урока, на Ваш взгляд, были интересными и продуктивными?

Доступен ли материал урока? Были ли активными ребята?

Какой была, на Ваш взгляд, атмосфера урока?

Связнику:

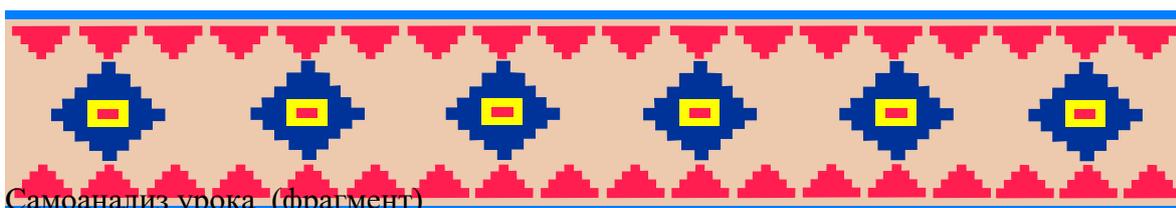
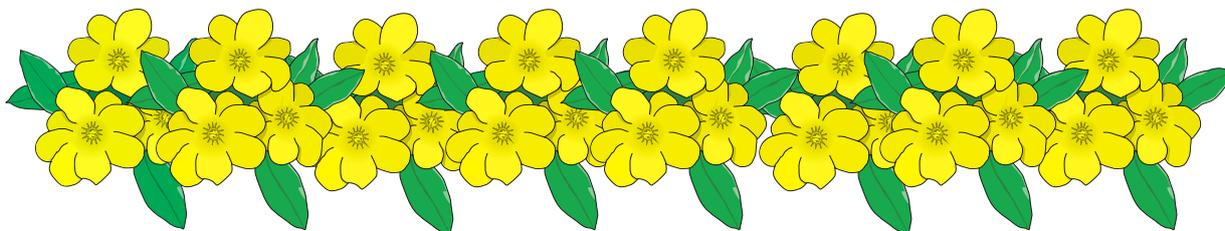
Какие ранее полученные знания по алгебре и начала анализа пригодились на уроке?

Связан ли материал урока со знанием других предметов?

Какой вывод Вы можете сделать из урока по теме: «Физический смысл производной»?

Тест для распределения ребят на группы.

Выбрать один из трёх бордюров:



Самоанализ урока (фрагмент)

Мой урок – второй из трёх отведённых по теме «Физический смысл производной». Он тесно связан с предыдущими уроками, так как использует понятие механического смысла производной и умения применять правила дифференцирования. Тема данного урока также связана с последующей темой «Геометрический смысл производной», а также с курсами физики и химии.

При подготовке к уроку я учитывала программные требования, образовательные стандарты, изменения последовательности изучения материала в гимназии в связи с потребностями курса физики.

Этот урок уникален тем, что он убеждает ребят в том, что такая абстрактная, на их взгляд наука, как математика применима к явлениям действительного мира. На мой взгляд, этот урок мировоззренческий, так как он даёт пищу уму и воображению. Это урок закрепления и развития знаний, умений и навыков.

При подготовке к уроку учитывала, что предложенный мне класс сильный, даже его литер необычный – «К» - креативный, значит, многие учащиеся способны логически мыслить, анализировать. Планируя урок, ставила перед собой следующие задачи:

Образовательные задачи:

проконтролировать степень усвоения понятия производная, её механического смысла, умения применять правила дифференцирования.

показать широкий спектр применения производной.

сформировать математическую модель изучения различных (биологических, физических, геометрических) процессов с использованием физического смысла производной.

продолжить формирование вычислительных навыков.

Воспитательные задачи:

содействовать в ходе урока формированию такого мировоззренческого понятия как познаваемость мира и природы с помощью такого инструмента, как производная.

формирование коммуникативных способностей учащихся через работу в группах,

воспитание доброжелательности друг к другу, уважения к мнению других, умения слушать, взаимооценивать друг друга.

Развивающие задачи:

развитие у учащихся познавательного интереса к предмету.
развитие умений выделять главное, существенное, формирование умений сопоставлять, сравнивать, анализировать, обобщать, формулировать выводы и вопросы.
развитие интеллектуальных способностей, мыслительных навыков, переноса знаний и умений в новые ситуации.

Исходя из целей и задач, мой урок построен следующим образом:
воспроизведение учащимися знаний, умений и навыков, которые потребуются для выполнения предложенных заданий;
сообщение учащимся цели предстоящей работы;
выполнение учащимися различных заданий, работа в группах и фронтальная проверка их работы, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция;
задание на дом по желанию;
итог урока.

Выбранная мною структура урока и его содержание, на мой взгляд, рациональны для решения поставленных задач и изучения данной темы, так как были подчинены триединой цели урока и содействовали конечному результату урока. Все этапы урока – это единое целое, где каждый последующий вид работы логически вытекает из предыдущего. Время на каждый этап урока, на мой взгляд, распределено правильно.

Урок построен согласно применяемой мной технологии на основе системы эффективных уроков, разработанных А. А. Окуневым, а также с использованием адаптированного конструктора урока Анатолия Гина.

Главный акцент на уроке делаю на установление связи между понятиями производная и мгновенная скорость.