



Издательство и Образовательный Центр "Лучшее Решение"

лучшееерешение.рф конкурс.лучшееерешение.рф квест.лучшееерешение.рф
лучшийпедагог.рф publ-online.ru полезныекниги.рф
t-obr.ru 1-sept.ru v-slovo.ru o-ped.ru na-obr.ru

Учимся решать задачи

(задачи на сплавы, смеси, задачи с экономическим содержанием)

Автор: Осипова Ольга Александровна

ГБОУ Гимназия № 498 Невского района Санкт-Петербурга

Из истории процентов

Слово «процент» происходит от латинского procentum, что буквально означает «на сотню». Возникновение этого термина связывается с внедрением в Европе десятичной системы счисления в XV веке. Однако уже в «Дигестах Юстиниана» (первая дошедшая до нас кодификация римского права), датируемых V веком, мы находим вполне современное употребление процентов:

«Фиск (императорская казна) не уплачивает проценты по заключенным договорам, но сам получает проценты: например, от съемщиков публичных уборных, если эти съемщики слишком поздно вносят деньги, также при просрочке уплаты налогов. Когда же фиск является преемником частного лица, то обычно он уплачивает проценты.

Если должники, платившие проценты в размере, меньшем чем 6% в год, стали должниками фиска, то они обязаны уплачивать 6% годовых с того времени, как требование против них перешло к фиску»

По-видимому, понятие процента возникло в Европе вместе с ростовщичеством как предтеча десятичной системы счисления.

Употребление термина «процент» в качестве нормы русского языка начинается, вероятно, с конца XVIII века. Об этом свидетельствует сравнительный анализ текстов двух фундаментальных учебников по математике Ефима Войтяховского (первое издание 1795г.) и Т.Ф. Осиповского (первое издание 1802г.) В обоих учебниках имеется несколько задач «на проценты по вкладу», но Е. Войтяховский оперирует исключительно сотыми долями, тогда как Т.Ф. Осиповский уже употребляет термин «процент».

Привычка к употреблению процентов в сфере денежных отношений благоприятствовала быстрому их внедрению в развивающиеся технологии XIX в.

В настоящее время умение вычислять проценты является жизненной необходимостью, не зависящей от профессии.

Основные допущения, обычно используемые в задачах на сплавы, смеси, растворы, состоят в следующем:

1. Все получающиеся смеси или сплавы однородны;
2. При слиянии двух растворов, имеющих объемы V_1 и V_2 , получается смесь, объем которой равен $V_1 + V_2$.

Заметим, что это допущение не всегда выполняется в действительности. На самом деле при слиянии двух растворов не объем, а масса или вес смеси равняется сумме масс или весов составляющих ее компонентов.

Процентом от некоторой величины называется сотая часть этой величины.

Отношение объема чистого вещества в растворе ко всему объему смеси: **процентным содержанием** (концентрация, выраженная в процентах) ρ вещества в смеси по объему называется величина

$$\rho = \frac{V_B}{V_C} 100\%,$$

где V_B -объем вещества в смеси, V_C -объем всей смеси.

Процентным содержанием ρ вещества в смеси по массе называется величина

$$P = \frac{M_B}{M_C} 100\%,$$

где M_B -масса вещества в смеси, M_C -масса всей смеси.

Во многих задачах удобно представлять величину, выраженную в процентах другой величины, в виде дробного выражения.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из 750 учащихся школы 80% занимаются в различных кружках, из них 5%-в радиокружке. Сколько учащихся занимается в радиокружке?

Ответ: 30

2. Во время предвыборной компании социологический центр поднял цену социологических исследований на 300%. Но отсутствие спроса заставило вернуться к прежнему уровню цен. На сколько процентов была снижена цена?

Ответ: на 75%

3. Имеется 240 г 70%-ного раствора уксусной кислоты. Нужно получить 6%-ный раствор кислоты. Сколько граммов воды(0%-ный раствор) нужно прибавить к имеющемуся раствору?

Ответ: 2560 г

4. В одном автопарке 250 машин, из них 24% составляют самосвалы, во втором автопарке 150 машин, из них 8% -самосвалы. Какой процент общего числа машин в обоих автопарках составляют самосвалы?

Ответ: 18%

5. Книга дороже альбома на 25%. На сколько процентов альбом дешевле книги?

Ответ: на 20%

Задачи с экономическим содержанием

Задачи с экономическим содержанием взяты из жизни. Наша цель- научиться анализировать реальные ситуации. При решении задачи важно не только получить ответ, но и истолковать его и соотнести с реальностью.

Рассмотрим наиболее типичные ситуации в ценообразовании:

1. Если первоначальная цена некоторого товара составляла S денежных единиц, то после ее повышения на $p\%$ она составит:

$$S+S*p*0,01=S(1+p*0,01)$$

Аналогично, если первоначальная цена S понизилась на $p\%$, то она составит:

$$S-S*p*0,01=S(1-p*0,01)$$

2. В результате повышения первоначальной цены S на $a\%$ и последующего понижения на $b\%$ окончательная цена равна:

$$S(1+a*0,01)(1-b*0,01)$$

Аналогично, если первоначальная цена S сначала понизилась на $a\%$, а потом повысилась на $b\%$, то окончательная цена равна:

$$S(1-a*0,01)(1+b*0,01).$$

В финансовой практике для вычисления процентов чаще всего применяют именно такие формы записей. Из них сразу видно число процентов, на которое уменьшена или увеличена начальная сумма.

В банковских учреждениях в зависимости от способа начисления проценты делятся на простые и сложные.

Увеличение вклада по схеме простых процентов характеризуется тем, что суммы процентов в течении всего срока хранения определяются исходя только из первоначальной суммы вклада независимо от срока хранения и количества периодов начисления процентов:

$S(1+p*n*0,01)$, где $p\%$ -годовая процентная ставка банка, тогда за n лет сумма вклада станет равной $S(1+p*n*0,01)$.

Рассмотрим другой способ расчета банка с вкладчиком. Он состоит в следующем: если вкладчик не снимает со счета сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а в конце следующего года банк будет начислять проценты уже на новую,

увеличенную сумму. Такой способ начисления процентов на проценты называют сложными процентами, а операцию присоединения начисленных процентов к основному вкладу называют капитализацией процентов. Для вычисления таких сумм используют формулу $S(1+p*0,01)^n$

Задача: Какой процент ежегодного дохода (с капитализацией) давал банк, если, положив на счет 13000руб., вкладчик через 2 года получил 15730руб?

Решение: Сумма, полученная через 2 года, рассчитана по схеме $S(1+a*0,01) (1+a*0,01)=S(1+a*0,01)^2$ -формула сложных процентов.

$$15730=13000(1+a*0,01) (1+a*0,01)$$

$$1+a*0,01=1,1 \text{ или } 1+a*0,01=-1,1$$

$a=10$ или $a=-210$ (не подходит ,т.к. сумма вклада увеличивается, то процент изменения не может быть отрицательным)

Ответ: банк давал 10% годового дохода

Дополнительные вопросы:

- 1) Почему не подходит корень $a=-210$?
(Сумма вклада увеличивается ,поэтому процент изменения не может быть отрицательным)
- 2) За счет чего банк имеет возможность выплачивать вознаграждение вкладчику?
(Полученные от вкладчика деньги банк использует для выдачи кредитов организациям и частным лицам под проценты, банк при этом сам получает прибыль и делится частью этой прибыли с вкладчиком)
- 3) Если бы $a=210$, то мы тоже отбросили бы этот корень? (Да, так как это означало бы, что банк выплачивает 210% годовых. Такой процент не реален. Ни один банк не будет давать вкладчику в качестве процентов сумму, вдвое превышающую сам вклад)
- 4) Кроме банка, какие предприятия или частные лица занимаются подобной финансово-кредитной деятельностью? (Ломбард выдает деньги в залог сданных вещей, выкупать которые приходится за большую цену. Ростовщик- человек дающий деньги в долг с обязательной выплаты процентов)

Задача: В банк внесен вклад 500 рублей. Выясните, через сколько лет вклад удвоится, если банк выплачивает 8% годовых.

Решение: Через год сумма вклада увеличится на 8% и составит 108% от первоначальной. Поэтому, чтобы найти новую сумму нужно 500 рублей умножить на 1,08. Через два года новая сумма увеличится в 1,08 раза и т.д. Последовательным умножением на 1,08 найдем с помощью калькулятора, что через 9 лет величина вклада удвоится. Таким образом, можно не использовать формулу сложных процентов.

Ответ: через 9 лет.

Задачи для самостоятельного решения

1. Цена товара после двух последовательных снижений на один и тот же процент уменьшилась со 125 до 85 руб. На сколько процентов снижалась цена каждый год?

Ответ: на 20%.

2. За пересылку денег на почте с отправителя взимают 2% от переводимой суммы. Какую наибольшую сумму денег можно перевести, имея на руках ровно 100 рублей?

Ответ: 98 рублей 3 копейки.

3. Брак на предприятии составляет 5%. После ряда принятых технико-экономических и организационных мер брак снизился до 1%. На сколько процентов снизился брак ?

Ответ: на 80 %.