Приёмы обучения решениям задач на совместную работу арифметическим способом в курсе пропедевтики в 5-6 классах

Автор:
Чеснокова Ирина Владимировна
МОУ "СШ № 83
Центрального района Волгограда"

Текстовые задачи являются важным средством обучения математике. Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала.
Поэтому, научить детей решать задачи, является одной из актуальных проблем. С их помощью учащиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических (или жизненных) задач.
Среди многочисленных школьных математических задач особо выделяются текстовые задачи, которые характеризуется описанием какого-то явления, процесса, содержит математические отношения, выраженные нематематическими терминами.

Обучение решению сюжетных задач связано с формированием у учащихся различных методов их решения. Выделяют два основных метода решения сюжетных задач - арифметический и алгебраический.

Использование арифметических способов решения задач развивает смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть, развивает естественный язык, готовит школьников к дальнейшему обучению.

Арифметические способы решения текстовых задач позволяют развивать умение анализировать задачные ситуации, строить план решения с учетом взаимосвязей между величинами.

Поэтому, рассмотрев нетрадиционные подходы, формы, направления в методике работы над задачей позволят более успешно организовать процесс решения текстовых задач.

Рассматривая задачу в узком смысле этого понятия, в ней можно выделить следующие составные элементы:
1. Словесное изложение сюжета, в котором явно или в завуалированной форме указана функциональная зависимость между величинами, числовые значения которых входят в задачу.
2. Числовые значения величин или числовые данные, о которых говорится в тексте задачи.
3. Задание, обычно сформулированное в виде вопроса, в котором предлагается узнать неизвестные значения одной или нескольких величин. Эти значения называют искомыми.

Так, при решении любой задачи ученик выполняет анализ: отделяет вопрос от условия, выделяет данные и искомые числа; намечая план решения, он выполняет синтез, пользуясь при этом конкретизацией (мысленно рисует условие задачи), а затем абстрагированием (отвлекаясь от конкретной ситуации, выбирает арифметические действия); в результате многократного решения задач какого-либо вида ученик обобщает знания связей между данными и искомым в задачах этого вида, в результате чего обобщается способ решения задач этого вида.

Рассмотрим в качестве примера задачу: «В школе дежурили 8 девочек, а мальчиков на 2 больше. Сколько детей дежурило в школе?».
Эта задача включает 2 простых арифметических действия:

1. В школе дежурили 8 девочек, а мальчиков на 2 больше. Сколько мальчиков дежурило в школе?
2. В школе дежурили 8 девочек и 10 мальчиков. Сколько всего детей дежурило в школе?
3.

Как видим, число, которое было искомым в первой задаче, стало данным во второй.

Последовательное решение этих задач является решением составной задачи: 1) 8 + 2 = 10;

2) 8 + 10 = 18.

Запись решения составной задачи с помощью составления по ней выражения позволяет сосредоточить внимание учащихся на логической стороне работы над задачей, видеть ход решения её в целом. В то же время дети учатся записывать план решения задачи и экономить время.

И все-таки, почему же этот материал труден для учащихся?
Без конкретной программы деятельности учащихся, без алгоритмов, системы приемов поиска решения задачи трудно организовать процесс решения задач. Поэтому необходимы «ускорители» для приобретения навыков решения: иллюстрация, схемы, таблицы, дополнительные символы, условные знаки, стрелки, способствующие более конкретному наглядному представлению об отношениях между частями задачи, связях между величинами, порядке этих связей. Это позволяет стимулировать у учащихся развитие наглядно-действенного мышления и на основе его в дальнейшем – образного мышления. Поиск решения текстовой задачи путем составления таблицы дает возможность охватить взором отношения между элементами всей задачи.

Можно выделить основные причины, вызывающие у учащихся затруднения при поиске решения:
1. Неумение выделить величины, о которых идет речь в задаче.
2. Неумение установить функциональную зависимость в математических символах.
3. Неумение выразить эту зависимость в математических символах.
4. Слабые навыки схематической и символической записи условия, способствующей анализу задачи, выражению зависимостей между величинами, входящими в задачу.

Учащиеся должны понимать, что для того чтобы решить задачу (особенно трудную), нужно:
- понять ее, т.е. понять смысл каждого слова в тексте задачи, понять, что с чем и как связано, что от чего зависит, о чем задача, о чем в задаче спрашивается, что при этом известно и что неизвестно;
- наметить план решения, т. е. наметить, что и в какой последовательности делать, чтобы ответить на вопрос задачи;
- выполнить намеченный план;
- проверить, правильно ли найден ответ на вопрос задачи;
- выяснить, все ли возможные ответы найдены.

Поэтому, приступая к решению задачи, полезно вначале не задавать себе вопрос «Как решить эту задачу?», а задать вопросы: «Что это за задача? О чем она? Что обозначает это слово? Что в задаче спрашивается?»
Среди задач нужно научиться определять похожие друг на друга по каким-либо признакам задачи. Такие задачи называют ***однотипными***, потому что ход решения их аналогичен (сходен). Задачи можно разделить на типы по сюжетам: задачи на покупки, задачи на движение, задачи на работу и т.д. В однотипных задачах используются одни и те же взаимосвязанные величины.

Пример такой задачи: «Рабочий изготовил за пять дней 175 деталей. За какое количество дней при той же производительности будет выполнен месячный план рабочего - 630 деталей?»
При решении задачи на работу нужно знать зависимость между величинами: производительность, работа и время.

Приемы выполнения:
1. Правильное чтение задачи (правильное прочтение слов и предложений, правильная расстановка логических ударений).
2. Правильное слушание при восприятии задачи на слух.
3. Представление ситуации, описанной в задаче
4. Разбиение текста на смысловые части.
5. Переформулировка текста задачи (изменение текста или построение словесной модели):
- замена термина содержательным описанием;
- замена описания термином;
- замена некоторых слов синонимами или словами, близкими по смыслу;
- исключение части текста, не влияющего на результат решения;
- замена некоторых слов, терминов словами, обозначающими более общее или частное понятие;
- изменение порядка слов и (или) предложений;
- дополнение текста пояснениями;
- замена числовых данных буквенными данными;
- замена буквенных данных числовыми данными;
6. Построение материальной или материализованной модели:
- предметной (показ задачи на конкретных предметах, в лицах – с использованием приема «оживления» или без него);
- геометрической (с помощью графических изображений геометрических фигур или предметных моделей фигур с использованием их свойств и отношений между ними);
- условно - предметной (рисунок);
- словесно-графической (схематическая краткая запись текста задачи);
- табличной (таблица).
7. Постановка специальных вопросов:

О чем задача? Что требуется узнать (доказать, найти)? Что известно? Что неизвестно? Что обозначают слова…? Словосочетания…? Предложения…? Какие предметы, понятия, объекты описываются в задаче? И др.

При изучении темы «Задачи на совместную работу» в 5 классе мы говорим о том, что с такими задачами мы уж встречались. Теперь наша задача познакомиться с ними основательно, и главное, узнать общий прием их решения.

При решении этих задач нужно выяснить с учащимися, что возможны два случая:
1). Объем выполненной работы известен.
2). Объем выполненной работы неизвестен.

Задача 1: «Библиотеке надо переплести 900 книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, а вторая – за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу мастерские, если будут работать вместе?»
1.Определяем, к какому случаю относится задача (объем выполненной работы известен).
2. Сколько объектов участвуют в задаче? (2 мастерские).
3. Как связаны между собой величины? (Общий объем книг и количество дней работы каждой мастерской).
4. Сколько связей между величинами? (4).
Решаем:
1. 900:10= 90 (кн.) –столько книг может переплести за один день первая мастерская.
2. 900:15=60(кн.)- столько книг может переплести за один день вторая мастерская.
3. 90+60=150(кн.)- столько книг переплетут за один день две мастерские, если будут работать вместе.
4. 900:150=6 (дн.)- за столько дней переплетут книги мастерские при совместной работе.
Ответ: за 6 дней.

Поменяем теперь в задаче первое условие: будем считать, что в библиотеке надо не 900, а 1200 книг, а остальные условия оставим прежними. Решим задачу с измененным условием:

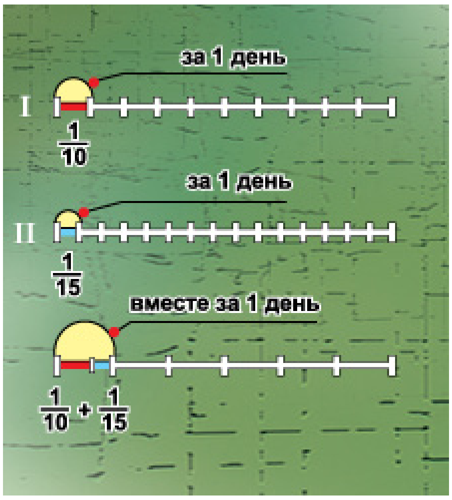
1) 1200 : 10 =120 (кн.);
2) 1200 : 15= 80 (кн.);
3) 120 + 80 = 200 (кн.)
4) 1200 : 200 = 6 (дн.)

Решив задачу с измененным условием, мы получили тот же самый ответ: при совместной работе мастерские смогут переплести 1200 книг по-прежнему за 6 дней.

Оказывается, ответ задачи не зависит от того, сколько книг требуется переплести, а значит, эту задачу можно решить, не учитывая первое условие.

Сформулируем нашу задачу по-новому:
«Библиотеке надо переплести некоторое количество книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, а вторая – за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу мастерские, если будут работать вместе?»
Решение:
Весь объем работы, которую должны выполнить мастерские, - это целое. Удобно считать, что этот объем равен единице. Тогда легко узнать, какую часть всей работы может выполнить за один день каждая мастерская.

1) 1 : 10 = 1/10 – такую часть работы может выполнить за один день первая мастерская;
2) 1 : 15 = 1/15 - такую часть работы может выполнить за один день вторая мастерская;
3)



4) 1/10 + 1/15 = 5/30 = 1/6 – такую часть работы могут выполнить за один день две мастерские вместе;
5) 1 : 1/6 = 6 (дн.) - за столько дней переплетут книги мастерские, если будут работать вместе.

Подобным образом и рассуждают обычно при решении задач на совместную работу.
Задачи на работу удобно решать, используя таблицы.

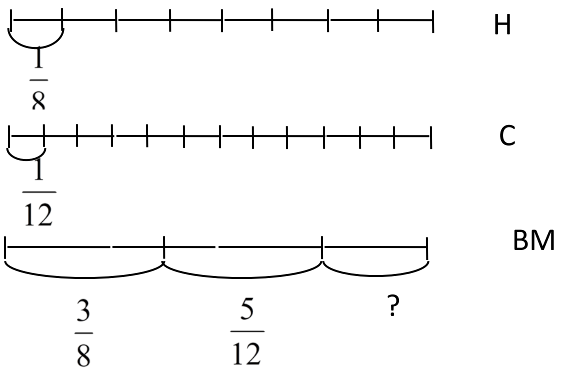
Задача 2. Два токаря вместе изготовили 350 деталей. Первый токарь делал в день 40 деталей и работал 5 дней, второй работал на 2 дня меньше. Сколько деталей в день делал второй токарь?

Составим таблицу.
Условие задачи

	Производительность	Время	*Количество*
1т.	40 деталей	5 дней	*+350 дет*
2т.	*?*	*<u>на</u> 2 дня <u>меньше</u>*	

Объяснение. Так как известны производительность и время работы первого токаря, найдем количество деталей, изготовленных первым токарем.
40*5 = 200 (дет.) – изготовил первый токарь.
Работая с таблицей, делаем вывод, что можно найти, сколько деталей изготовил второй токарь.
350 – 200 = 150 (дет.) – изготовил второй токарь.
Обратив внимание на опорные слова «на…меньше», делаем вывод, что можно найти, сколько дней работал второй.
5 – 2 = 3 (дня) – работал второй токарь.
Зная количество и время работы второго токаря, находим его производительность:

150 / 3 = 50 (дет.) – изготовлял второй токарь в день.
Уже при решении первых задач, нужно приучать детей к правильной терминологии.
Для решения задач второго типа, текст задачи можно проиллюстрировать чертежами, что помогает учащимся зрительно видеть задачу.



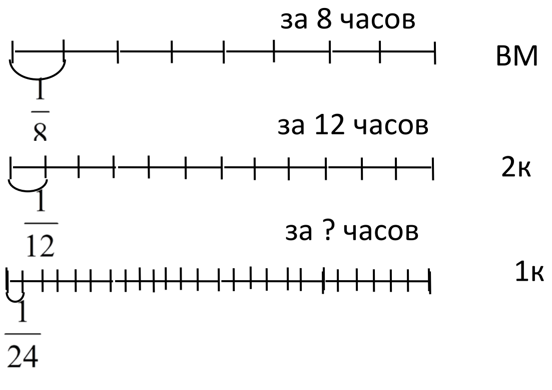
Задача 3. Новая машина может выкопать канаву за 8 часов, а старая – за 12. Новая работала 3 часа, а старая - 5 часов. Какую часть канавы осталось выкопать?

Условимся, что объем выполненной работы неизвестен, поэтому принимаем его за 1 и изображаем в виде отрезка, но отрезков будет три, так как возможны три случая:

а. работает одна старая машина;
б. работает одна новая машина;
в. работают вместе обе машины.

Выясним, почему отрезки равной длины (обе машины выполняют одну и ту же работу).
Разбор задачи. На сколько равных частях делим первый отрезок? На 8, так как работа выполняется за 8 часов. Что показывает 1 часть? Какую часть работы выполняет новая машина за 1 час, т.е. какова ее производительность?
Так как новая машина работала 3 часа, то выполнила $\frac{3}{8}$ части все работы. Отмечаем на третьем отрезке - $\frac{3}{8}$.
Аналогичные рассуждения проводим, рассматривая старую машину, и отмечаем на третьем отрезке - $\frac{5}{12}$.
Далее рассматривается третий нижний отрезок, и по нему выясняется, как найти оставшуюся часть, т.е., отрезок, обозначенный знаком вопроса.
В связи с экономией времени деление отрезков производится «на глаз», хотя очень полезно показать, как можно разделить быстро на 4 равные части (отрезок делится пополам, а затем каждая часть еще пополам). Аналогично деление на 8 и т.д. На 6 частей – сначала пополам, а потом каждую часть - на три.

Задача 4. Два кузнеца, работая вместе, могут выполнить работу за 8 часов. За сколько часов может выполнить работу первый кузнец, если второй выполняет ее за 12 часов?
Изображая чертеж, мы проводим те же рассуждения, что и в предыдущей задаче.



Разбор задачи. Первый отрезок делим на 8 равных частей, так как оба выполняют работу за 8 часов. Одна часть показывает, какую часть работы они выполняют вместе за 1 час, т.е., их совместную производительность. Аналогичные рассуждения проводим для расчета производительности второго кузнеца.
Зная их совместную производительность и

производительность второго, можно найти производительность первого.

$$\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{1}{24}$$

Результат показываем на чертеже.

Выясняем, сколько часов нужно первому кузнецу для выполнения работы (сколько раз в 1 содержится по $\frac{1}{24}$).

Ответ: 24 часа.

Таким образом, использование алгоритмов, таблиц, рисунков, общих приемов дает возможность ликвидировать у большей части учащихся страх перед текстовой задачей на совместную работу.

На разных этапах развития методики преподавания математики менялись взгляды на значимость арифметического и алгебраического методов решения сюжетных задач в развитии учащихся, на соотношение методов при обучении решению текстовых задач.

Таким образом, самым распространенным методом решения задач стал на сегодняшний день алгебраический.